Львівський національний університет імені Івана Франка

"Затверджую" __.__.2024 р.

Ректор проф. В. П. Мельник

N особової справи ____________________Варіант______

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 111 “МАТЕМАТИКА”

(Освітні програми «Актуарна та фінансова математика», «Математична економіка і економетрика», «Комп'ютерна алгебра та геометрія»)

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(........)

Обчислити $\log_2 \log_3(5^a)$, якщо $a = \log_5 81$.

2.(........)

Вершини трикутної піраміди $ABCD$ знаходяться у точках $A(1; 2; 3)$, $B(9; 6; 4)$, $C(3; 0; 4)$, $D(5; 2; 6)$. Обчислити об'єм піраміди $ABCD$. Система координат прямокутна.

3.(........)

Знайти найменший елемент множини $A \cap B$, якщо $A = \{0; 1; 2; 3\}$; $B = \{0{,}125; 0{,}25; 0{,}5; 1; 2\}$.

4.(........)

Знайти найменше число в області визначення функції $y = \sqrt{1-4x^2}$.

5.(........)

Обчислити $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

6.(........)

Знайти значення похідної функції $f(x) = x^x$ у точці $x = 1$.

7.(........)

Серед первісних $F(x)$ функції $f = x\sin x + x$ вибрати таку, що $F(\pi) = \pi + 0.375\,\pi^2$. У відповідь записати $F(\pi/2)$.

8.(........)

Обчислити об’єм тіла, обмеженого поверхнями $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 1$.

9.(........)

Нехай $U = L(a_1, a_2)$, $V = L(b_1, b_2)$. Знайти $\dim(U \cap V)$, якщо

$a_1 = (1,2,3)$; $a_2 = (2,4,5)$; $b_1 = (3,6,1)$; $b_2 = (4,8,3)$.

10.(........)

Розв’яжіть рівняння $x^2+(-4+5i)x-(1+7i)=0$ і у поле відповідей запишіть максимальне значення модуля його коренів.

11.(........)

Які з формул числення висловлень є логічно еквівалентними (рівносильними) до формули $(\neg(A\to B)\wedge\neg(A\wedge B))\vee B$?

1) $A\vee B$;
2) $(A\vee B\vee C)\wedge(A\vee B)$;
3) $A\wedge B$;
4) $\neg A\vee\neg B$;
5) $A\to B$.

12.(........)

Які з чисел 52, 48, 6, –12, –72 конгруентні 26 за модулем 2?

1) усі; 2) 48; 3) 52; 4) 6; 5) –12, –72.

13.(........)

Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

1) $\cos y y' = \sin y + 3x + 1$;
2) $y' - xy^2 = 2xy$;
3) $2xy\,dx + (x^2 - y^2)\,dy = 0$;
4) $\dfrac{3x^2+y^2}{y^2}dx + \dfrac{2x^3+5y}{y^3}dy = 0$.

14.(........)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $y'' + y = \operatorname{tg} x$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

У відповідь записати значення $y(2\pi)$.

15.(........)

Запишіть найслабшу (з поданих нижче) достатню умову на функцію $\varphi=\varphi(x)$, яка гарантує існування класичного розв'язку задачі Коші

$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0$.

1) функція φ неперервно диференційовна на R^1_+;
2) функція φ неперервно диференційовна на R^1;
3) функція φ двічі неперервно диференційовна на R^1_+;
4) функція φ двічі неперервно диференційовна на R^1;
5) функція φ тричі неперервно диференційовна на R^1_+;
6) функція φ тричі неперервно диференційовна на R^1.

16.(........)

Нехай функція f визначена в околі $z_0 \in \boldsymbol{C}$. Дати означення моногенності f в точці z_0 (вибрати правильний варіант):

1) існує $f'(z_0)\in\boldsymbol{C}$;
2) f' існує в околі z_0 і неперервна в z_0;
3) f' існує і неперервна в околі z_0;

4) в точці z_0 виконуються умови Коші – Рімана.

17.(........)
У метричному просторі множина є скрізь щільною, якщо:
1) її замикання співпадає з усім простором; 2)її замикання порожнє; 3)внутрішність її замикання порожня; 4)доповнення до неї ніде не щільне; 5)доповнення до неї скінченне.

18.(........)
Обчислити інтеграл Лебега $\int\limits_{[-2;3]} 2\,\mathrm{sgn}(x^2 - x - 2)d\mu_1$.

19.(........)
У коробці знаходиться 3 білих і 4 червоних кульок. Навмання вибирають три кульки. Знайти ймовірність p того, що витягнуто не менше двох білих куль, якщо відомо, що серед витягнутих куль є принаймні одна біла. У талон відповідей записати значення $93p$.

20.(........)
Сім раз підкидають симетричну монету. Випадкова величина ξ – кількість випадань герба. Знайти математичне сподівання випадкової величини ξ .

21.(........)
Методом максимальної правдоподібності оцінити невідомий параметр a рівномірного розподілу на відрізку $[a;b]$, якщо задана реалізація вибірки

5	7	7	8	5	9	4	7	8	4

22.(........)
Обчислити $\int\limits_{|z|=2} \frac{zdz}{z-i}$

1) 0;
2) -2π;
3) πi;
4) $-2\pi i$;
5) інша відповідь

23.(........)
Вкажіть, які із сімей підмножин множини $\mathbb{R}$ утворюють топологію:
1) $\tau = \{[a, +\infty): a\in\mathbb{R}\}\cup\{\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing\}$;
2) $\tau = \{(a, +\infty): a\in\mathbb{R}\}\cup\{\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing\}$;
3) $\tau = \{[a, b): a,b\in\mathbb{R},\ a < b\ \}\cup\{\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing\}$;
4) $\tau = \{5\}\cup\{\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing\}$.

24.(........)
Розв'язати задачу $u_1 + u_2 + u_3 \to \min$, $u_1 - u_2 \geq 0$, $u_1 + u_2 - u_3 - 10 = 0$, $u_1 \geq 0$, $u_2 \geq 0$, $u_3 \geq 0$. У поле відповідей записати оптимальне значення цільової функції.

25.(........)
Дві фірми виготовляють однорідний продукт в обсягах x_1, x_2 відповідно, їхні витрати при цьому задаються функціями $C_1 = 6x_1$, $C_2 = 3x_2$. Обернена функція попиту, яка визначає ціну одиниці продукції, має вигляд $p = 12 - 2(x_1 + x_2)$. Знайти рівновагу Штакельберга для другого гравця в дуополії Курно. У поле відповідей записати p^*.