

"Затверджую"

___ .07.2024 р.

Ректор

проф. В. П. Мельник

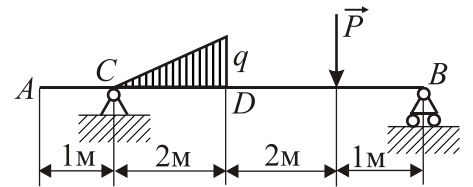
№ особової справи _____ Варіант _____

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 113 "ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА"

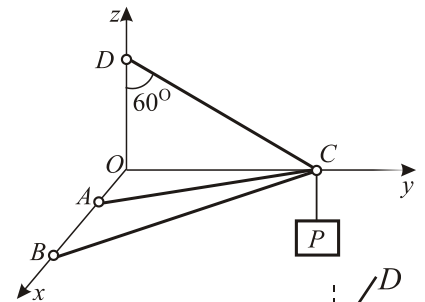
(Освітня програма «Комп'ютерне моделювання механічних процесів і систем»)

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається. За кожну правильну відповідь на завдання студент отримує 2 бали.

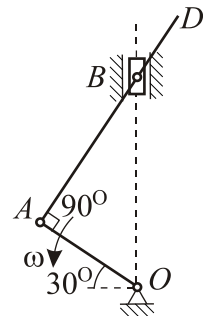
1. (.....). На горизонтальну балку AB діє сила $P = 4 \text{ Н}$; на ділянці CD інтенсивність навантаження змінюється за лінійним законом, причому $q = 3 \text{ Н/м}$. Визначити у ньютонках модуль реакції опори у точці B .



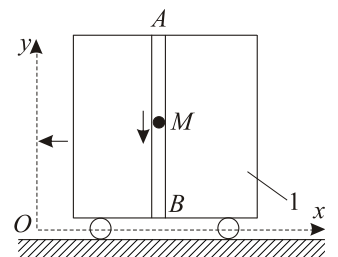
2. (.....). Тягарець вагою $P = 300 \text{ Н}$ утримується трьома прямолінійними невагомими стрижнями. Визначити у ньютонках величину зусилля в стрижні DC , якщо $\angle ODC = 60^\circ$, $\angle OAC = 60^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$.



3. (.....). Задане рівняння руху точки в полярних координатах $\varphi = 0,5t^2$ (у радіанах), $r = 0,5t$ (у метрах). Визначити тангенціальну складову швидкості точки у м/с у момент часу, коли полярний радіус $r = 2 \text{ м}$.



4. (.....). Визначити величину швидкості точки A у зображеній конфігурації механізму, якщо швидкість точки B дорівнює $4\sqrt{3} \text{ м/с}$, $AB = 2 \text{ м}$ (результат вказати у м/с).

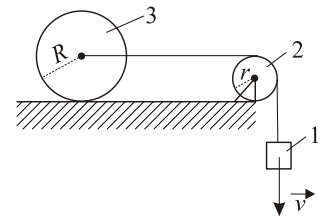


5. (.....). Тіло 1 рухається у від'ємному напрямку осі Ox зі сталою швидкістю 3 м/с . Точка M рухається від точки A до точки B зі сталою швидкістю 4 м/с . Визначити величину абсолютної швидкості точки M (результат вказати у м/с).

6. (.....). Брусок масою $m = 2 \text{ кг}$ штовхнули зі швидкістю $v_0 = 117,6\sqrt{2} \text{ м/с}$ догори по похилій шорсткій поверхні, що нахилена під кутом 45° до горизонталі. Обчисліть час

T у секундах, протягом якого тіло рухалося до зупинки, якщо коефіцієнт тертя $f = 0,2$; $g = 9,8\text{ м/с}^2$.

7. (.....). Система складається з колеса 3 радіуса $R = 0,2\text{ м}$, шківів 2 радіуса $r = 0,5R$, який може обертатися навколо нерухомого центру, та вантажу 1, який опускається зі швидкістю $v = 2\text{ м/с}$. Маса тіл відповідно дорівнюють $m_1 = 1\text{ кг}$, $m_2 = 2\text{ кг}$, $m_3 = 4\text{ кг}$. Тіла 2 та 3 вважати однорідними дисками. Визначити кінетичну енергію тіла 3 у Н·м.



8. (.....). Компоненти вектора переміщень у пружному середовищі задані формулами $u = \frac{0,001x}{x^2 + y^2 + z^2}$; $v = \frac{0,001y}{x^2 + y^2 + z^2}$; $w = \frac{0,001z}{x^2 + y^2 + z^2}$. Обчислити компоненту тензора деформацій Коші ε_{13} у точці $x = 1$, $y = 0$, $z = 1$.

9. (.....). Для тензора малих деформацій $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0,0005 & 0,0002 \\ 0,0005 & -0,05 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,007 \end{pmatrix}$ обчислити $\theta \cdot 10^4$, де θ – об'ємне розширення.

10. (.....). Обчислити компоненту тензора напружень σ_{22} , якщо сталі Ляме дорівнюють $\lambda = 20\text{ ГПа}$, $\mu = 15\text{ ГПа}$ і тензор деформацій $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,001 & 0,00015 & 0,0002 \\ 0,00015 & 0,005 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,0007 \end{pmatrix}$.

11. (.....). За тензором напружень $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$ обчислити середнє напруження.

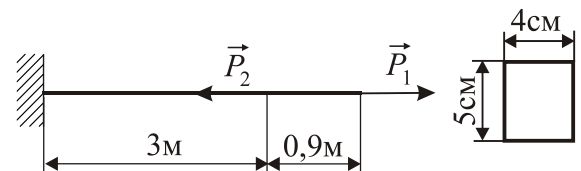
12. (.....). За тензором напружень $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$ обчислити першу компоненту вектора напружень на площадці з нормаллю $\vec{N}(0,5; 0,5; 0,25)$.

13. (.....). Для тензора напружень $\hat{T} = \begin{pmatrix} 150 & 500 & 800 \\ 500 & 300 & -700 \\ 800 & -700 & 150 \end{pmatrix}$ обчислити $3\sigma_N$, де σ_N – нормальне напруження на рівнонахилений до осей координат площадці.

14. (.....). Закон Гука за чистого зсуву має вигляд:

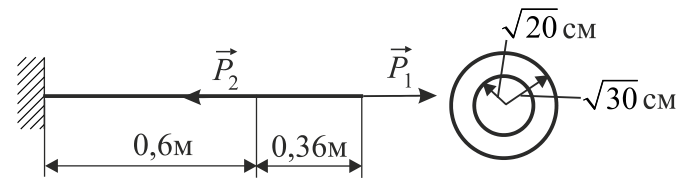
1). $\tau = \frac{G}{\gamma}$; 2). $\tau = G\gamma$; 3). $G = \tau\gamma$; 4). $\gamma = \frac{G}{\tau}$.

15. (.....). На стрижень прямокутного поперечного перерізу висоти 5 см і ширини 4 см діють сили $P_1 = 3\text{ кН}$, $P_2 = 3,6\text{ кН}$. Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений



стрижень – $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).

16. (.....). На пустотілий стрижень круглого поперечного перерізу з зовнішнім радіусом $\sqrt{30}$ см і внутрішнім $\sqrt{20}$ см діють сили $P_1=6\pi$ кН, $P_2=14,4\pi$ кН. Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений стрижень – $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).



17. (.....). Обчислити $\log_2 \log_3(5^a)$, якщо $a = \log_5 81$.

18. (.....). Знайти найменше число в області визначення функції $y = \sqrt{1-4x^2}$.

19. (.....). Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

20. (.....). Знайти значення похідної функції $f(x) = x^x$ у точці $x = 1$.

21. (.....). Серед первісних $F(x)$ функції $f = x \sin x + x$ вибрати таку, що $F(\pi) = \pi + 0.375 \pi^2$. У відповідь записати $F(\pi/2)$.

22. (.....). Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

- 1) $\cos y y' = \sin y + 3x + 1$; 2) $y' - xy^2 = 2xy$;
 3) $2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0$; 4) $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx + \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$.

23. (.....). Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $y'' + y = \operatorname{tg} x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
 У відповідь записати значення $y(2\pi)$.

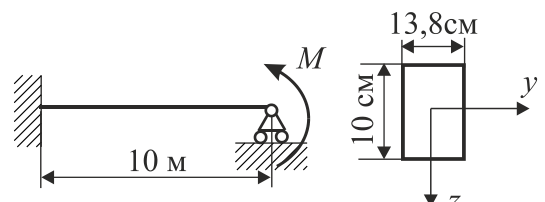
24. (.....). Який з наведених нижче масивів складається з дійсних чисел?

- 1) a:array [1..10] of chart; 2) a:array [1..20] of integer;
 3) a:array [1..15] of real; 4) a:array [1..10] of boolean;

25. (.....). Яким буде значення параметру S після виконання циклу?

```
m:=1; S:=0;
while m<5 do
begin
    S:=S+m;
    m:=m+1;
end;
```

26. На зображену на рисунку балку прямокутного поперечного перерізу діє згинальний момент $M=42,596$ кН·м при довжині балки 10 м і модулі пружності матеріалу, з якого виготовлена балка, $E=2 \cdot 10^5$ МПа.



- а). (.....). Обчислити осьовий момент опору відносно осі Oy (відповідь подати у см^3).
- б). (.....). Обчислити осьовий момент інерції поперечного перерізу відносно осі Oy (відповідь подати у см^4).
- в). (.....). Обчислити згинальний момент у затисненні (відповідь подати у $\text{кН}\cdot\text{м}$).
- г). (.....). Обчислити максимальні напруження у затисненні (відповідь подати у МПа).
- д). (.....). Обчислити величину кута повороту поперечного перерізу у шарнірній опорі (відповідь вказати у радіанах).